MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN TIMIŞ
SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE DIN ROMÂNIA-FILIALA TIMIŞ

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 21.02.2014
SUBIECTE clasa a XII-a MATEMATICĂ-INFORMATICĂ

1.	Fie (G, $\cdot$) un grup şi $f:G\to G$ $f(x)=x^2$. Dacă f este morfism atunci să se demonstreze că (G, $\cdot$) este grup abelian.
2.	Se consideră mulţimea $G=\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ şi legea "$*$" defintă astfel: $$x*y=\arcsin\frac{\sin x+\sin y}{1+\sin x\sin y},\ (\forall)x,y\in G$$ a. Demonstraţi că (G, $*$) este grup abelian b. Ştiind că mulţimea (H, $\circ$) este grup unde H=(-1,1), iar $$x\circ y=\frac{x+y}{1+xy},\ (\forall)x,y\in H$$ Demonstraţi că (H, $\circ$) $\cong$ (G, $*$).
3.	Calculaţi $I=\int\frac{1+\sin x}{1+\cos x}e^x dx,\ x\in(0,\pi)$.
4.	Fie $f:[0,1]\to[a,b]$ continuă cu $\int_0^1 f(x)dx=0$. Să se arate că $\int_0^1 f^2(x)dx\le -ab$.

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de trei ore.
3. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.

succes !

Prof. Zeno Blajovan, inspector şcolar pentru matematică – I.Ş.J. Timiş
Lector.dr. Mihai Chiş-preşedinte S.S.M.R. – Filiala Timiş

MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN TIMIŞ

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 21.02.2014
BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE CLASA a XII-a MATEMATICĂ-INFORMATICĂ

Subiectul 1:

Scrie $f(x\cdot y)=f(x)\cdot f(y)$ pentru orice $x,y\in G$ 2p

Obţine $(xy)^2=x^2y^2$ pentru orice $x,y\in G$ 2p

Scrie $xyxy=xxyy$ pentru orice $x,y\in G$ 1p

Finalizează $yx=xy$ pentru orice $x,y\in G$ 2p

Subiectul 2:

Verifică axiomele grupului.....4p

Găseşte funcţia $f:G\to H, f(x)=\sin x$ 1p

f bijectivă.....1p

Verifică $f(x*y)=f(x)\circ f(y), (\forall)x,y\in G$ 1p

Subiectul 3:

Scrie I=I_1+I_2, unde $I_1=\int\frac{e^x}{1+\cos x}dx,\ I_2=\int\frac{\sin x}{1+\cos x}e^x dx,$ 2p

Calculează $I_2=\int\frac{\sin x}{1+\cos x}(e^x)'dx=\frac{e^x\sin x}{1+\cos x}-\int\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)'e^x dx$ 2p

Obţine $I=I_1+\frac{e^x\sin x}{1+\cos x}-I_1$.....2p

Finalizează $I=\frac{e^x\sin x}{1+\cos x}+C$.....1p

Subiectul 4:

Scrie $(f(x)-a)(f(x)-b)\le 0,\ (\forall)x\in[0,1]$.....3 p

Obtine $f^2(x)-(a+b)f(x)+ab\le 0,(\forall)x\in[0,1]$.....1p

Deduce $\int_0^1 f^2(x)\,dx-(a+b)\int_0^1 f(x)dx+ab\le 0,$ 2p

Finalizeaza $\int_0^1 f^2(x)dx\le -ab$ 1p